

بِسْمِ اللَّهِ

# ارزش زمانے پول

**Time value of money**

محمد مہرتاش

Mehrtash1992@yahoo.com

## فهرست

- ۱..... مقدمه
- ۲..... ارزش آتی یک سرمایه گذاری
- ۲..... ارزش فعلی یک جریان نقدی در آینده
- ۳..... ارزش حال جریانات نقدی آتی برابر و با فاصله زمانی یکسان
- ۳..... ارزش حال جریانات نقدی آتی با نرخ رشد ثابت با فاصله زمانی یکسان
- ۴..... ارزش حال جریانات نقدی آتی بدون سررسید (بی نهایت)
- ۵..... ارزش حال جریانات نقدی آتی بدون سررسید با نرخ رشد ثابت
- ۵..... ارزش آتی یک سرمایه گذاری با پرداخت ثابت و فاصله زمانی برابر
- ۶..... ارزش آتی یک سرمایه گذاری با پرداخت متوالی و نرخ رشد ثابت

## مقدمه

ارزش زمانی پولی، مفهومی است که طبق آن قدرت خرید پول در طی زمان می‌تواند تغییر کند، به عبارت دیگر قدرت خرید پول امروز ممکن است نسبت به قدرت خرید پول فردا تغییر پیدا کند. ارزش زمانی پول، اصل اساسی در تئوری مالی است. ارزش پول در یک نقطه زمانی مشخص در آینده با کمک فن حسابداری با نرخ بهره و نرخ تورم محاسبه می‌شود که برای سهولت در محاسبات از اثر نرخ تورم بر ارزش زمانی پول چشم پوشی می‌کنیم.

برای درک بهتر مفهوم ارزش زمانی پول به طرح یک مثال می‌پردازیم. فرض کنید مبلغ ۱۰۰ ریال برای یک سال با نرخ بهره مشخص سالانه ۵ درصد سرمایه‌گذاری شود. در زمان سررسید مبلغ ۱۰۵ ریال دریافت می‌شود، بنابراین ۱۰۰ ریال امروز و ۱۰۵ ریال یک سال آینده با احتساب نرخ ۵ درصدی بهره، دارای ارزش برابری هستند و سرمایه‌گذار نسبت به انتخاب این دو مبلغ بی‌تفاوت است. مبلغ ۱۰۵ ریال، در واقع ارزش آتی سرمایه‌گذاری یک ساله به مبلغ ۱۰۰ ریال با نرخ بهره ۵ درصد در سال است.

یادگیری این مفهوم ما را در محاسبه و ارزش‌گذاری جریان‌های نقدی آینده و درآمدهای سالانه یاری می‌کند. همه فرمول‌های استاندارد مبحث ارزش زمانی پول از یک فرمول جبری اساسی مربوط به محاسبه ارزش حال یک جریان نقدی در آینده، مشتق می‌شوند. در این مجموعه FV به معنای ارزش آتی و PV به معنای ارزش فعلی می‌باشند. با در نظر گرفتن نرخ بهره  $r$ ، می‌توان رابطه زیر را بین PV و FV تشکیل داد:

$$PV = \frac{FV}{1+r}$$

## ارزش آتی یک سرمایه گذاری

برای محاسبه ارزش آتی یک سرمایه گذاری، از فرمول زیر استفاده می کنیم:

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n$$

که در رابطه فوق،  $i$  نرخ بهره هر دوره و  $n$  تعداد دوره سرمایه گذاری می باشد.

مثال

ارزش آتی یک سرمایه گذاری ۳ ساله به مبلغ ۱۰۰,۰۰۰ ریال با نرخ بهره سالانه ۷ درصد را محاسبه کنید؟

$$FV = 100,000 \cdot (1 + 7\%)^3 = 122,504$$

یعنی ارزش آتی یک سرمایه گذاری به مبلغ ۱۰۰,۰۰۰ ریال به مدت ۳ سال با نرخ بهره سالانه ۷ درصد برابر با ۱۲۲,۵۰۴ ریال است.

## ارزش فعلی یک جریان نقدی در آینده

برای محاسبه ارزش حال یک جریان نقدی که در آینده ایجاد می شود از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$$

مثال

فرض کنید در یک پروژه سرمایه گذاری در پایان سال سوم مبلغ ۱۲۲,۵۰۴ ریال عاید می شود. با فرض اینکه نرخ بهره سالانه ۷ درصد است، ارزش حال این مبلغ را محاسبه کنید؟

$$PV = \frac{122,504}{(1+7\%)^3} = 100,000$$

حال اگر چند جریان نقدی آتی برابر در نقاط زمانی متفاوت داشته باشیم و بخواهیم ارزش حال مجموع آنها را محاسبه کنیم، از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$PV = \sum_{t=0}^n \frac{FV}{(1+i)^t}$$

مثال

ارزش حال عواید یک سرمایه‌گذاری که به مدت ۲ سال سالانه مبلغ ۲۰۰,۰۰۰ ریال عایدی دارد با نرخ بهره سالانه ۱۲ درصد را محاسبه کنید؟

$$PV = \frac{200,000}{(1+12\%)^1} + \frac{200,000}{(1+12\%)^2} = 178,571 + 159,439 = 338,010$$

ارزش حال جریان‌های نقدی آتی برابر و با فاصله زمانی یکسان

برای محاسبه ارزش حال جریان‌های نقدی که در هر دوره عایدی برابری دارند و با فاصله زمانی یکسان محقق می‌شوند، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$PV = \frac{A}{i} \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right] \quad \text{یا} \quad PV = A \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$$

که در رابطه فوق،  $A$  مبلغ عایدی در هر دوره می‌باشد که در هر دوره برابر است.

مثال

یک پروژه سرمایه‌گذاری با نرخ بهره سالانه ۲۰ درصد، در پایان هر سال و به مدت ۱۰ سال مبلغ ۵۰,۰۰۰ ریال عایدی دارد. ارزش حال عواید این سرمایه‌گذاری را محاسبه کنید؟

$$PV = 50,000 \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+20\%)^{10}}}{20\%} = 209,624$$

ارزش حال جریان‌های نقدی آتی با نرخ رشد ثابت با فاصله زمانی یکسان

گاهی اوقات پیش می‌آید که عواید یک سرمایه‌گذاری در فاصله‌های زمانی برابر پرداخت می‌شود اما مبلغ عایدی هر دوره نسبت به دوره قبل آن، درصد ثابتی افزایش می‌یابد. اگر نرخ رشد عواید هر دوره برابر با نرخ بهره هر دوره باشد، از فرمول زیر برای محاسبه ارزش حال عواید استفاده می‌کنیم:

$$PV = \frac{A \times n}{1+i}$$

که در رابطه فوق،  $A$  مبلغ اولین عایدی است.

حال اگر نرخ رشد اقساط عایدی برابر با نرخ بهره نباشد، از رابطه زیر برای محاسبه ارزش حال عواید استفاده می‌کنیم:

$$PV = \frac{A}{i-g} \cdot \left[1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n\right]$$

که در رابطه فوق،  $g$  نرخ رشد عایدی است.

مثال

ارزش حال عواید یک سرمایه‌گذاری ۴ ساله با نرخ بهره سالانه ۸ درصد که در سال اول ۱۰,۰۰۰ ریال عایدی دارد و پس از آن هر سال ۳ درصد به مبلغ عایدی اضافه می‌شود را محاسبه کنید؟

$$PV = \frac{10,000}{8\% - 3\%} \cdot \left[1 - \left(\frac{1+3\%}{1+8\%}\right)^4\right] = 34,543$$

مثال

اطلاعات مثال قبل را در نظر بگیرید. فرض کنید نرخ رشد اقساط عواید ۸ درصد است. ارزش حال عواید این سرمایه‌گذاری را محاسبه کنید؟

$$PV = \frac{10,000 \times 4}{1+8\%} = 37,037$$

ارزش حال جریان‌های نقدی آتی بدون سررسید (بی‌نهایت)

برخی از سرمایه‌گذاری‌ها هستند که عایدی ثابت و برابر مادام‌العمر دارند. ارزش حال این سرمایه‌گذاری‌ها با فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$PV = \frac{A}{i}$$

مثال

ارزش روز یک سرمایه‌گذاری که در پایان هر سال مبلغ ۵۰,۰۰۰ ریال عایدی دارد را با فرض نرخ بهره سالانه ۳ درصد محاسبه کنید؟

$$PV = \frac{50,000}{3\%} = 1,666,666$$

ارزش حال جریانات نقدی آتی بدون سررسید با نرخ رشد ثابت

برای محاسبه ارزش روز سرمایه‌گذاری‌های بدون سررسید که عواید آن در هر دوره نسبت به دوره قبل، درصد ثابتی افزایش می‌یابد، در مواقعی که نرخ رشد و نرخ بهره برابر نیستند از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$PV = \frac{A}{i-g}$$

که در فرمول فوق،  $A$  عایدی دوره اول و  $g$  نرخ رشد اقساط عایدی است.

اما در مواقعی که نرخ رشد ( $g$ ) و نرخ بهره ( $i$ ) برابر باشند، یک حالت خاص پیش می‌آید. در این مواقع ارزش روز عایدی هر دوره دقیقاً برابر با سایر دوره‌ها می‌باشد. به عبارت دیگر می‌توان گفت ارزش روز عایدی همه دوره‌ها برابر با ارزش روز عایدی دوره اول می‌باشد. در این مسئله خاص ارزش حال سرمایه‌گذاری از رابطه زیر محاسبه شود:

$$PV = \frac{A}{1+i} \cdot \infty$$

مثال

ارزش روز یک سرمایه‌گذاری بدون سررسید با نرخ بهره سالانه ۱۰ درصد که نرخ رشد عواید آن ۷ درصد و مبلغ اولین عایدی آن ۳,۰۰۰ ریال است را محاسبه کنید؟

$$PV = \frac{3,000}{10\% - 7\%} = 100,000$$

ارزش آتی یک سرمایه‌گذاری با پرداخت ثابت و فاصله زمانی برابر

برای محاسبه ارزش آتی یک سرمایه‌گذاری که پرداخت‌هایی در فواصل زمانی برابر دارد و مبلغ هر پرداخت ثابت است، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$FV = A \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

که در رابطه فوق،  $A$  مبلغ هر پرداخت،  $n$  تعداد دوره‌ها و  $i$  نرخ بهره هر دوره است.

مثال

شخصی در پایان هر سال و به مدت ۱۵ سال در حساب بانکی خود مبلغ ۱۰۰,۰۰۰ ریال پس‌انداز می‌کند. با فرض اینکه بانک به پس‌انداز وی سالانه ۱۰ درصد سود بدهد، مطلوبست محاسبه مبلغی که این شخص در پایان سال پانزدهم در حساب بانکی خود دارد؟

$$FV = 100,000 \cdot \frac{(1+10\%)^{15} - 1}{10\%} = 3,177,248$$

ارزش آتی یک سرمایه‌گذاری با پرداخت متوالی و نرخ رشد ثابت

برای محاسبه ارزش آتی یک سرمایه‌گذاری که پرداخت‌هایی در فواصل زمانی برابر دارد و مبلغ هر پرداخت نسبت به پرداخت قبل، درصد ثابتی افزایش میابد، اگر نرخ رشد اقساط و نرخ بهره برابر نباشد، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$FV = A \cdot \frac{(1+i)^n - (1+g)^n}{i-g}$$

و اگر نرخ رشد اقساط برابر با نرخ بهره باشد از فرمول زیر برای محاسبه ارزش آتی استفاده می‌کنیم:

$$FV = A \cdot n(1+i)^{n-1}$$

که در فرمول‌های فوق،  $A$  مبلغ اولین قسط و  $g$  نرخ رشد اقساط است.

مثال

شخصی قصد دارد به مدت ۱۰ سال در یک حساب بانکی با نرخ بهره سالانه ۱۵ درصد پس‌انداز کند. و درصدد این است که در سال اول مبلغ ۱۰۰,۰۰۰ ریال پس‌انداز نماید و در سال‌های بعد این مبلغ را هر سال ۱۰ درصد افزایش دهد. محاسبه کنید این شخص در پایان سال دهم چه مقدار پول در حساب بانکی خود خواهد داشت؟

$$FV = 100,000 \cdot \frac{(1+15\%)^{10} - (1+10\%)^{10}}{15\% - 10\%} = 2,903,631$$

مثال

اطلاعات مثال قبل را در نظر بگیرید. فرض کنید نرخ رشد پس انداز ۱۵ درصد باشد. مطلوبست محاسبه میزان وجه نقد در حساب شخص در پایان سال دهم؟

$$FV = 100,000 \cdot 10(1 + 15\%)^{10-1} = 3,517,876$$

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.